



Plak asseblief die
strepieskode-etiket hier

PUNTE-
TOTAAL

--

INTERNASIONALE SEKONDÊRE SERTIFIKAAT-EKSAMEN
NOVEMBER 2023

WISKUNDE: VRAESTEL II

EKSAMENNOMMER

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Tyd: 3 uur

150 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG DEUR

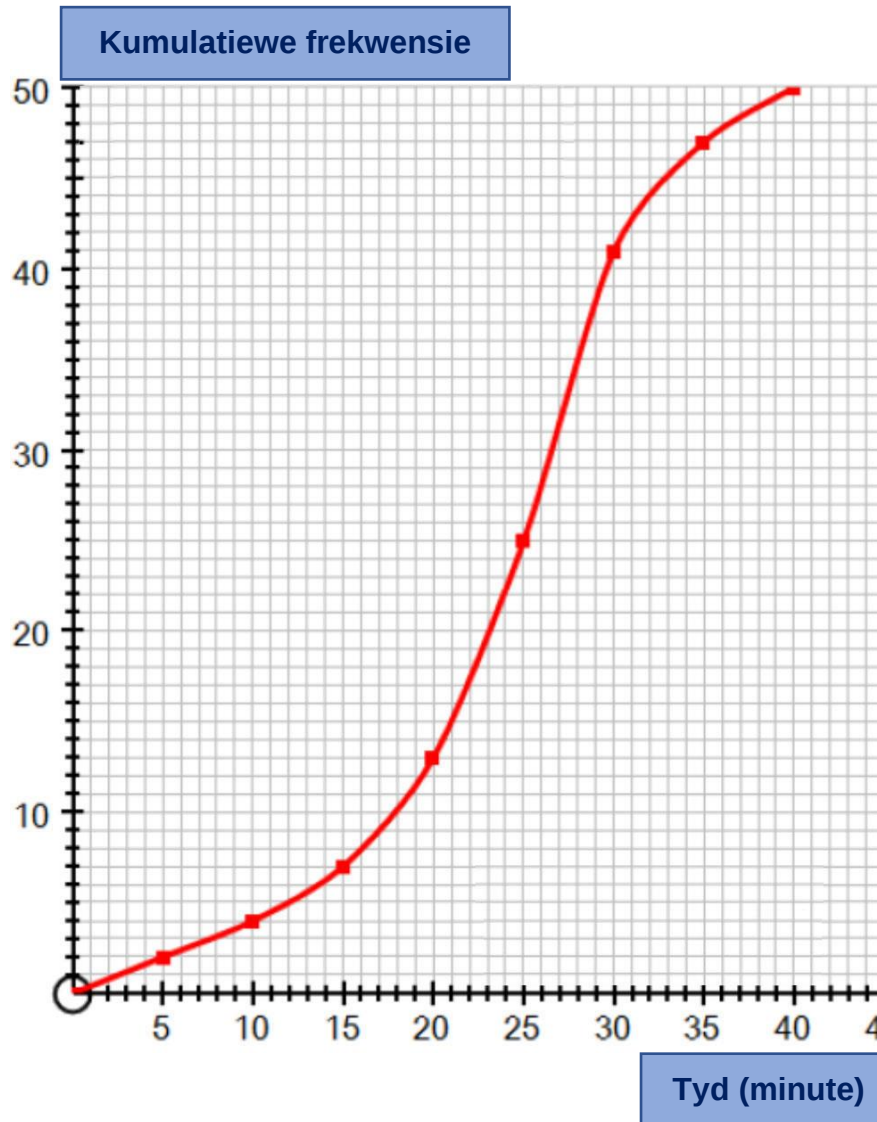
1. Hierdie vraestel bestaan uit 24 bladsye en 'n Inligtingsblad van 2 bladsye (i–ii). Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is.
2. Lees die vrae noukeurig deur.
3. **Beantwoord AL die vrae op die vraestel en lewer dit aan die einde van die eksamen in. Onthou om jou eksamennummer neer te skryf in die spasie wat voorsien word.**
4. Diagramme is nie noodwendig op skaal geteken nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde nieprogrammeerbare en niegrafiese sakrekenaar gebruik, tensy anders vermeld.
6. Maak seker dat jou sakrekenaar in **GRAAD**modus is.
7. Toon duidelik **ALLE** berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal. **Antwoorde alleen sal NIE noodwendig volpunte verdien nie.**
8. Rond af tot **EEN DESIMALE PLEK** tensy anders vermeld.
9. Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en jou werk netjies aan te bied.
10. DRIE blanko bladsye (bladsy 22–24) word aan die einde van die vraestel ingesluit. Gebruik hierdie bladsye indien jy te min spasie vir 'n vraag het. Toon die nommer van jou antwoord duidelik indien jy hierdie ekstra spasie gebruik.

SLEGS VIR KANTOORGEBRUIK: NASIENER MOET PUNTE INSKRYF

V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	V13	V14	TOTAAL
11	6	9	14	9	8	17	12	7	7	10	12	18	10	150

AFDELING A**VRAAG 1**

Die diagram hieronder toon 'n kumulatiewefrekwensie-kromme (ogief) wat die hoeveelheid tyd opsom wat 50 mense bestee het om op 'n bepaalde dag hul WhatsApp-boodskappe te beantwoord.



Gebruik die ogief om die volgende vrae te beantwoord:

1.1 Wat is die mediaantyd wat bestee is om WhatsApp-boodskappe te beantwoord?

Dui met die letter A aan waar jy hierdie waarde van die ogief aflees.

(1)

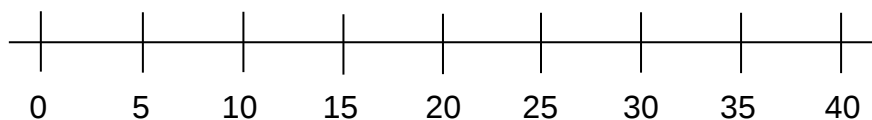
1.2 Wat is die interkwartielvariasiewydte (IKV)?

Dui met die letters B en C aan waar jy die waardes van die ogief aflees. (3)

1.3 Hoeveel mense het tussen 15 en 20 minute bestee om WhatsApp-boodskappe te beantwoord? (2)

1.4 Indien 80% van die mense meer as y minute bestee het om WhatsApp-boodskappe te beantwoord, wat is die waarde van y ? (2)

1.5 Gebruik die vyfgetalopsomming en teken 'n houer-en-punt-stipping (mond-en-snor-diagram) vir die data op die skaal hieronder. (3)



[11]

VRAAG 2

2.1 'n Groep van tien sakelui besoek Suider-Afrika. Slegs vier van hulle was voorheen in Eswatini.

2.1.1 Indien een lid van hierdie groep willekeurig (ewekansig) gekies word, wat is die waarskynlikheid dat hierdie lid van die groep nog nooit voorheen in Eswatini was nie? (1)

2.1.2 Indien twee lede van hierdie groep willekeurig gekies word, wat is die waarskynlikheid dat minstens een van die twee Eswatini voorheen besoek het? (2)

2.2 Gebeurtenisse A en B is onderling uitsluitend. Die volgende word gegee:

$$3P(B) = P(A) \text{ en } P(A \text{ of } B) = 0,63$$

Bereken $P(B)$. (3)

[6]

VRAAG 3

'n Middellyn AB van 'n sirkel met punte $A(-3 ; -2)$ en $B(1 ; 4)$ word gegee.

3.1 Bepaal die vergelyking van die sirkel. (4)

3.2 Bepaal die vergelyking van die raaklyn by A. (5)

[9]

VRAAG 4

- 4.1 Deur gebruik te maak van 'n skets en sonder om 'n sakrekenaar te gebruik, bereken die waarde van $\sin x$ indien $15\cos x = -12$ en $\tan x > 0$. (3)

- 4.2 Indien $\sin 56^\circ = p$, druk die volgende in terme van p uit sonder om 'n sakrekenaar te gebruik:

4.2.1 $\sin(-236^\circ)$ (2)

4.2.2 $\cos 304^\circ$ (3)

4.3 Los op vir x indien $x \in [-180^\circ ; 90^\circ]$ en $\cos 2x = \sin(x - 30^\circ)$. (6)

[14]

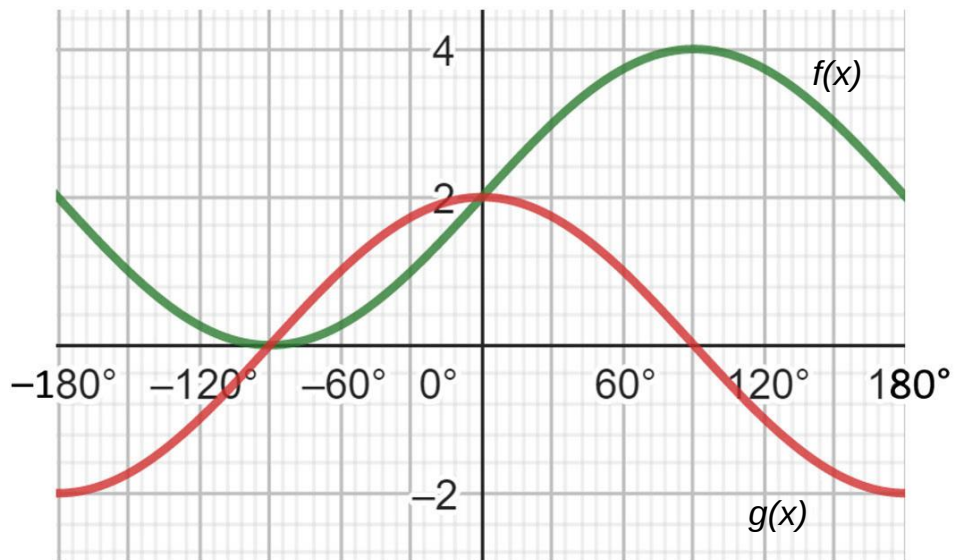
VRAAG 5

5.1 Bewys die identiteit $\left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x}\right)^2 = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$. (5)

5.2 Los vervolgens die vergelyking $\left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x}\right)^2 = \frac{2}{5}$ op vir $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. (4)

VRAAG 6

Die grafiek in die figuur stel die krommes van $f(x) = p \sin x + q$ en $g(x) = r \cos tx$ voor vir $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$.



6.1 Bepaal die waardes van p , q , r en t in die gegewe vergelykings. (4)

6.2 Bepaal die periode van $f(x)$. (1)

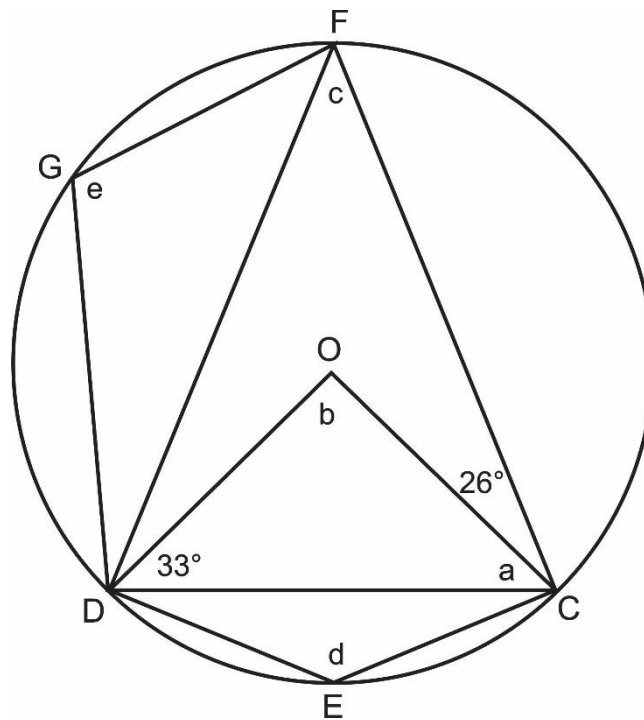
6.3 Bepaal die minimum waarde van $g(x)$. (1)

6.4 Vir watter negatiewe waardes van x is $f(x) > g(x)$ indien $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$? (2)

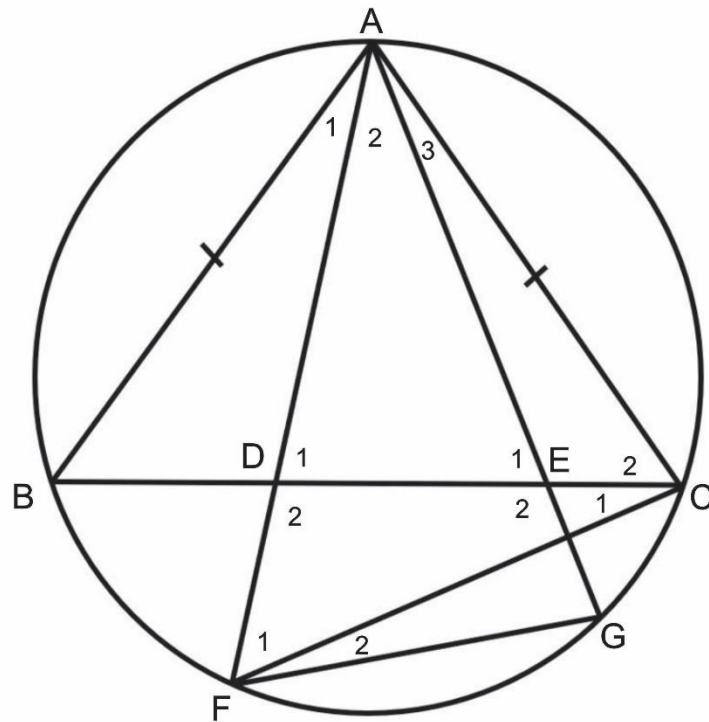
[8]

VRAAG 7

- 7.1 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel. Bepaal die hoeke gemerk **a** tot **e** en gee redes. (10)



- 7.2 In die diagram is $AB = AC$ en D en E is punte op BC. AF, AG en BC is reguit lyne. A, C, G, F en B is punte op die omtrek van die sirkel.

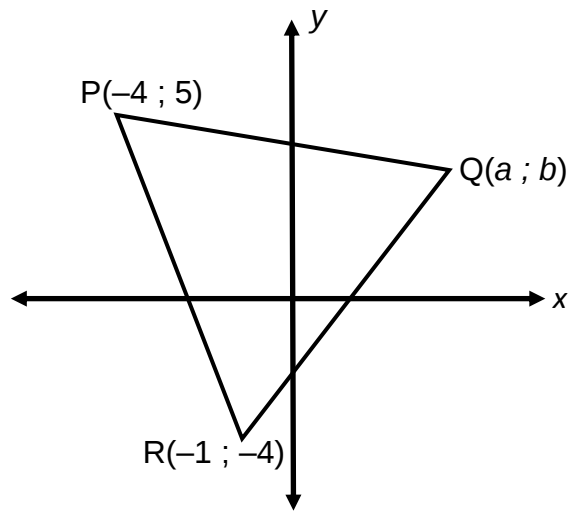


- 7.2.1 Bewys dat $\hat{G} = \hat{B} + \hat{A}_1$. (4)

- 7.2.2 Bewys vervolgens dat DFGE 'n koordevierhoek is. (3)

[17]

74 punte

AFDELING B**VRAAG 8**

In die figuur is $P(-4; 5)$, $Q(a; b)$ en $R(-1; -4)$ die hoekpunte van 'n driehoek en $M(1; 0)$ is die middelpunt van QR.

8.1 Bereken die waardes van a en b . (2)

8.2 Bepaal die vergelyking van die middelloodlyn van QR. Gee die vergelyking in die vorm $ay + bx + c = 0$ waar a , b en c heelgetalle is. (5)

- 8.3 Indien die middelloodlyn van PQ die vergelyking $7x - y + 8 = 0$ het en die middelloodlyn van QR by die punt T sny, bereken die koördinate van T. (5)

[12]

VRAAG 9

'n IT-maatskappy skryf programme vir apps. Die tyd (in ure) wat geneem word om die programme te skryf en die koste (in duisende rand) word in die tabel hieronder getoon.

TYD GENEEM (IN UUR)	5	7	5	8	10	13	15	20	18	25	23
KOSTE (IN DUISENDE RAND)	10	10	15	12	20	25	28	32	28	40	30

9.1 Bepaal die vergelyking van die kleinste kwadrate-regressielyn. (2)

9.2 Gebruik die vergelyking van die kleinste kwadrate-regressielyn om die koste, in rand, te voorspel van 'n app wat 16 uur sal neem om geskryf te word. (2)

9.3 Bereken die korrelasiekoëffisiënt van die data. (1)

9.4 Vir elke app wat die maatskappy skryf, is daar 'n vaste koste wat nie afhang van die getal ure wat bestee is om die app te skryf nie. Bereken hierdie koste (in rand). (2)

[7]

VRAAG 10

Beskou die woord FOOTBALL.

- 10.1 Hoeveel verskillende rangskikkings wat deur 'n lukraak (willekeurige) rangskikking van die letters van die woord FOOTBALL gevorm word, sal met die F begin en met 'n L eindig? (3)

- 10.2 Wat is die waarskynlikheid dat die letters F, B en A van FOOTBALL in 'n rangskikking in enige volgorde op mekaar sal volg?

Gee jou antwoord as 'n breuk in sy eenvoudigste vorm. (4)

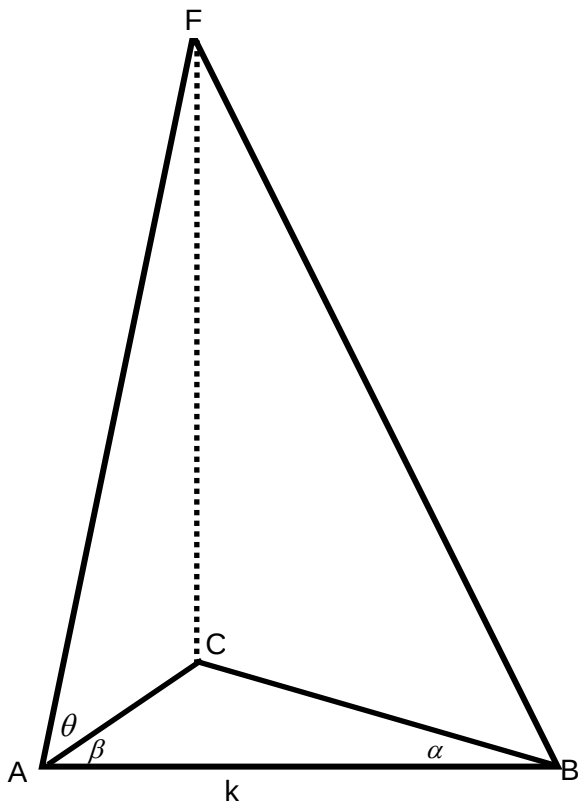
[7]

VRAAG 11

11.1 Vereenvoudig sonder om 'n sakrekenaar te gebruik. Toon alle stappe.

$$(\sin 15^\circ + \cos 15^\circ)^2 \quad (4)$$

11.2 In die foto van die Christuskirche in Windhoek is punte A, B en C op plat grond.



C is 'n punt onmiddellik onder die bokant van die kruis op die gewel F.

Die afstand tussen A en B is k meter.

Die hoogtehoek na F van A af is θ .

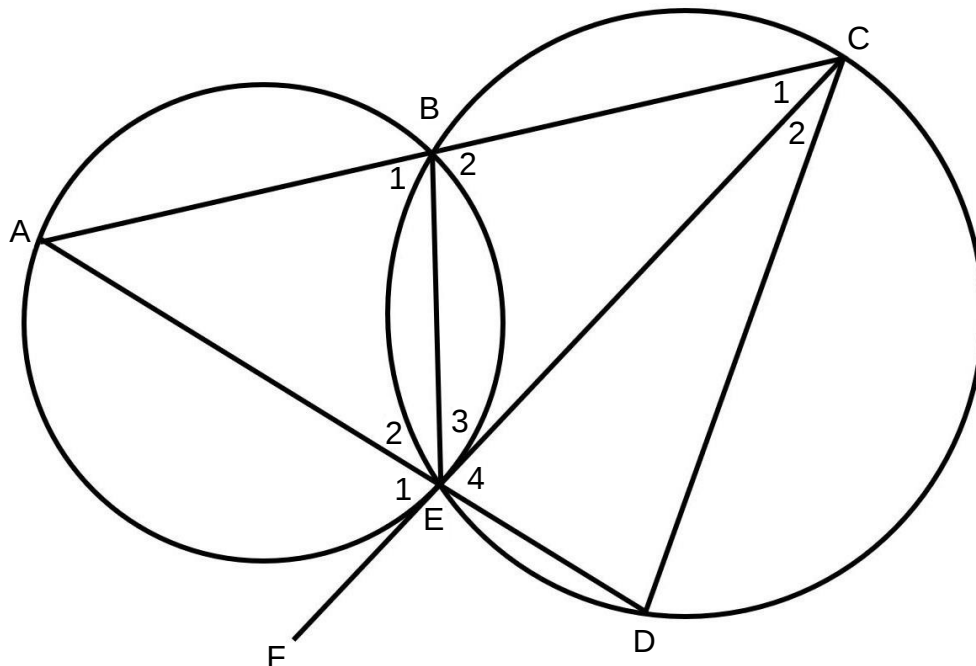
$$\hat{CAB} = \beta \quad \text{en} \quad \hat{CBA} = \alpha$$

Toon dat die hoogte na die bokant van die kruis $FC = \frac{k \sin \alpha \tan \theta}{\sin(\alpha + \beta)}$ is. (6)

[10]

VRAAG 12

In die diagram hieronder is CEF 'n raaklyn aan die kleiner sirkel.



12.1 Bewys dat $CE = CD$.

(6)

12.2 Bewys dat $\triangle CBE \parallel \triangle CEA$.

(4)

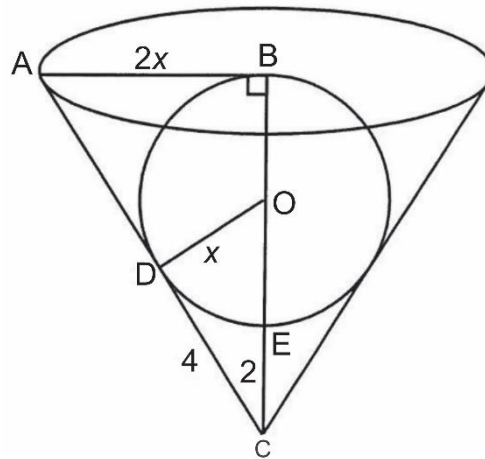
12.3 Bewys vervolgens of andersins dat $CE^2 = CA \cdot CB$.

(2)

[12]

VRAAG 13

- 13.1 'n Eenvoudige eenrigtingklep kan geskep word deur 'n keëlvormige tregter en 'n sfeer wat presies daarin pas (d.w.s. die bokant van die sfeer raak die horisontale vlak wat die bokant van die onderstebo keël is) te gebruik soos in die diagram hieronder geïllustreer (**nie op skaal geteken nie**):



A , B , C , D en O is in dieselfde horisontale vlak. O is die middelpunt van die sfeer en D is die kontakpunt tussen die sfeer en die keël. $DO = x$ cm, $AB = 2x$ cm, $EC = 2$ cm en $DC = 4$ cm.

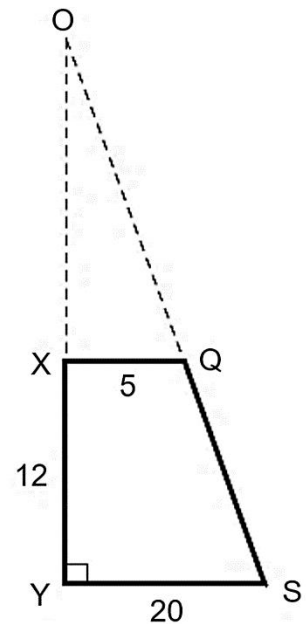
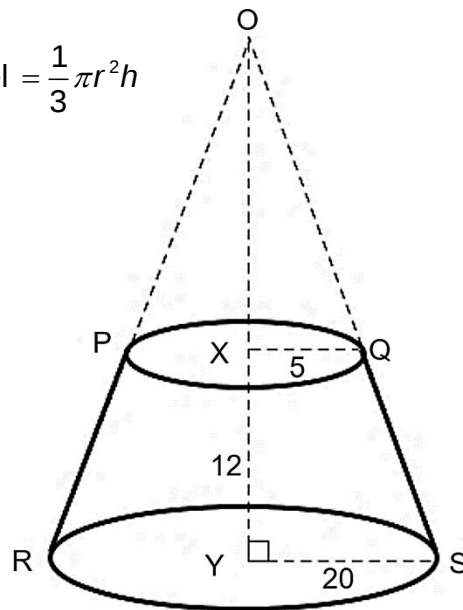
Volume van sfeer $= \frac{4}{3}\pi r^3$ en Volume van keël $= \pi r^2 \frac{h}{3}$.

- 13.1.1 Toon dat $x = 3$ cm en **gee alle redes**. (5)

- 13.1.2 Bereken die totale volume leë spasie wat in die tregter (bo en onder die sfeer) oorbly wanneer die sfeer in plek is, afgerond tot 1 desimale plek. (4)

- 13.2 Die figuur toon 'n **afgeknotte keël** ("frustum") wat verkry word deur die kleiner keël OPQ met 'n basisradius van 5 cm uit die groter keël ORS wat 'n basisradius van 20 cm het, te verwyder.

$$\text{Volume van keël} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$



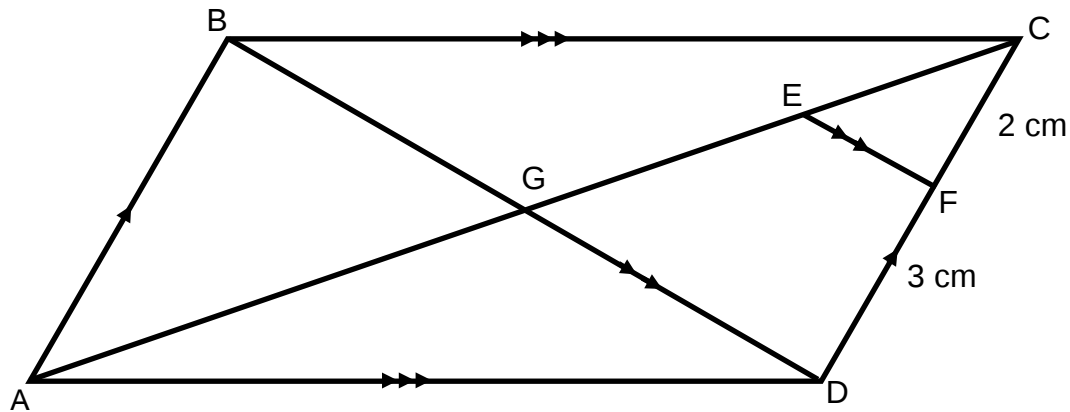
- 13.2.1 Die hoogte van die afgeknotte keël ("frustum"), XY, is 12 cm. Bereken die hoogte (OX) van die kleiner keël en gee redes. (5)

- 13.2.2 Bepaal die volume van die afgeknotte keël ("frustum"). Laat jou antwoord in terme van π . (4)

VRAAG 14

In die diagram hieronder is ABCD 'n parallelogram met die hoeklyne getrek.

$$EF \parallel BD, CF = 2 \text{ cm} \text{ en } FD = 3 \text{ cm}$$



14.1 Bepaal die waarde van $\frac{CE}{CA}$ en gee redes. (4)

14.2 Bepaal $\frac{\text{oppervlakte } GEFD}{\text{oppervlakte } ABCD}$ en gee redes. (6)

[10]

76 punte

Totaal: 150 punte

BYKOMENDE SPASIE (ALLE VRAE)

ONTHOU OM DUIDELIK BY DIE VRAAG AAN TE DUI DAT JY DIE BYKOMENDE SPASIE GEBRUIK HET OM TE VERSEKER ALLE ANTWOORDE WORD NAGESIEN.

