



Plak asseblief die
strepieskode-etiket hier

PUNTE-
TOTAAL

--

INTERNASIONALE SEKONDÊRE SERTIFIKAAT-EKSAMEN
NOVEMBER 2024

VERDERE STUDIES WISKUNDE (STANDAARD): VRAESTEL I

EKSAMENNOMMER

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Tyd: 2 uur

200 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG DEUR

1. Hierdie vraestel bestaan uit 24 bladsye en 'n Inligtingsboekie van 4 bladsye (i–iv). Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is.
2. **Beantwoord AL die vrae op die vraestel en lewer dit in aan die einde van die eksamen. Onthou om jou eksamennommer neer te skryf in die spasie wat voorsien word.**
3. Nieprogrammeerbare en niegrafiese sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders aangedui.
4. Al die nodige berekeninge moet duidelik getoon word en handskrif moet leesbaar wees.
5. Diagramme is nie op skaal geteken nie.
6. Rond jou antwoorde af tot twee desimale syfers, tensy anders aangedui.
7. Twee blanko bladsye (bladsy 23–24) word aan die einde van die vraestel ingesluit. Gebruik hierdie bladsye indien jy te min spasie vir 'n antwoord het. Dui die nommer van jou antwoord duidelik aan indien jy hierdie ekstra spasie gebruik.

SLEGS VIR KANTOORGEBRUIK: NASIENER MOET PUNTE INSKRYF

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	Totaal
Punt												
Nasiener se voorletters												
Gemodereerde punt												
Moderator se voorletters												
Vraaggetotaal	43	12	10	27	16	12	10	16	26	14	14	/200

VRAAG 1

1.1 Los op vir $x \in \mathbb{R}$:

(a) $x \leq \frac{4}{x}$

(8)

(b) $\ln(fe^x + c) = k$

(6)

1.2 Los op vir $x \in \mathbb{R}$.

$$|x^2 + 6x| = 8$$

(6)

1.3 Een van die faktore van $f(x) = 2x^5 + 5x^4 + 13x^3 + 15x^2 - 2x - 3$ is $(2x + 3)$.
Bepaal die ooreenstemmende faktor.

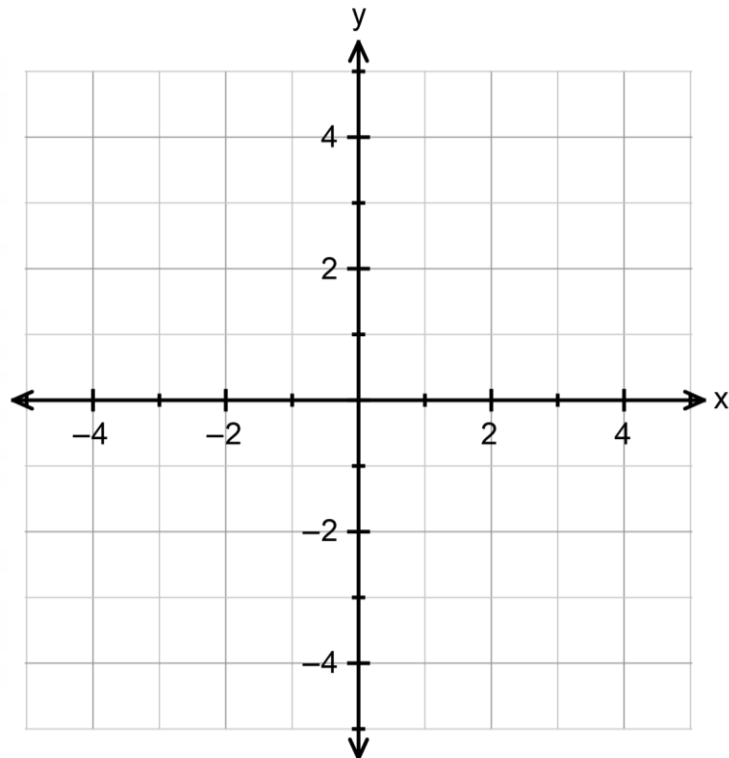
(7)

1.4 Bepaal reële waardes van a en b indien:

$$(a + bi)(4 - i) = a + 3bi + 3b + i$$

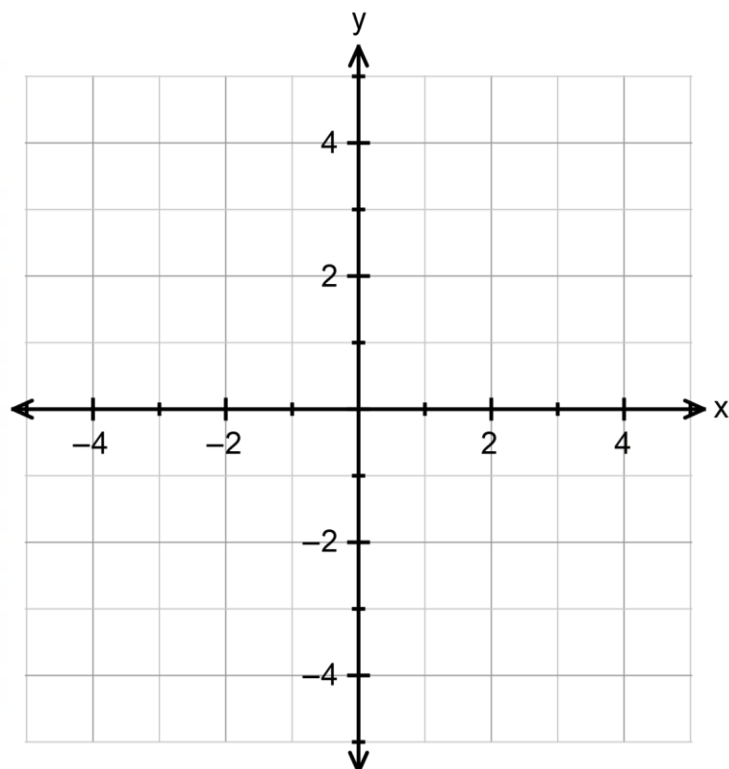
1.5 Skets die volgende funksies op die asse wat voorsien word. Dui ook die vergelykings van enige asimptote aan en toon enige afsnitte met die asse.

(a) $y = |\ln(x+1)|$



(4)

(b) $y = \ln|x-1|$



(4)
[43]

VRAAG 2

Gebruik volledige induksie om te bewys dat:

$6^n - 1$ deelbaar is deur 5 vir alle $n \in \mathbb{N}$

VRAAG 3

Indien $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, bepaal $f'(x)$ uit eerste beginsels.

VRAAG 4

- 4.1 Bepaal, met klassifikasie, alle asimptote van die volgende rasionale funksies. Jy moet die waarde(s) van x gee waar enige verwyderbare diskontinuiteite bestaan.

(a) $y = \frac{2x^2 + 6}{x^2 - 4}$

(5)

(b) $y = \frac{x^2 + 4x + 3}{2x + 1}$

(6)

(c) $y = \frac{x^2 - 6x + 8}{x^3 - 2x^2 - 8x}$

(6)

4.2 Beskou die funksie $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 5}{2x - 3}$.

(a) Bepaal die koördinate van sy stasionêre punte.

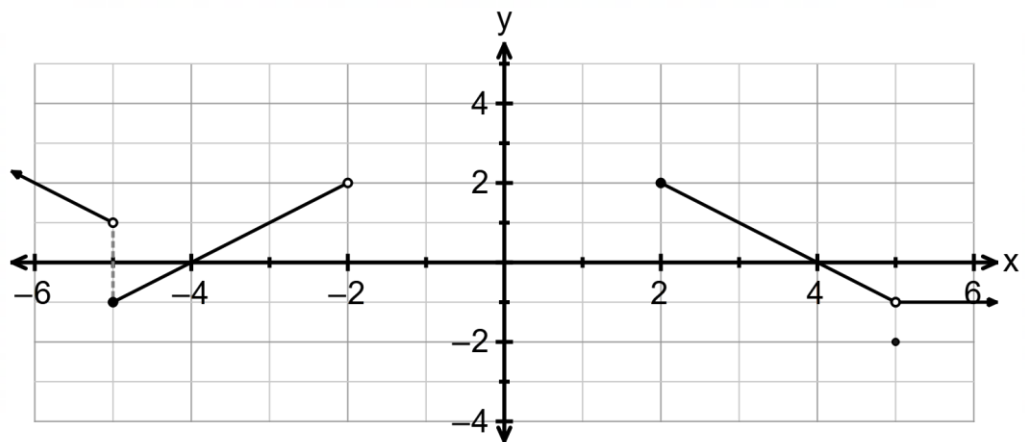
(8)

(b) Gebruik die feit dat $f''(x) = \frac{4x - 6}{(2x - 3)^4}$ om die aard van die stasionêre punte wat jy in Vraag 4.2 (a) bepaal het, te regverdig.

(2)
[27]

VRAAG 5

Beskou die funksie f wat hieronder getoon word:



(a) Skryf 'n wiskundige bewering om te regverdig waarom f diskontinu is by:

(1) $x = -5$

(2)

(2) $x = 5$

(2)

(b) Klassifiseer die diskontinuiteit wat bestaan by:

(1) $x = -5$

(2)

(2) $x = 5$

(2)

(c) Veronderstel $g(x) = \begin{cases} f(x) & -4 \leq x < -2 \\ ax^2 + bx + c & -2 \leq x < 2 \\ f(x) & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$

Bepaal a , b en c indien $g(x)$ differensieerbaar is by elke punt op die interval $[-4 ; 4]$.

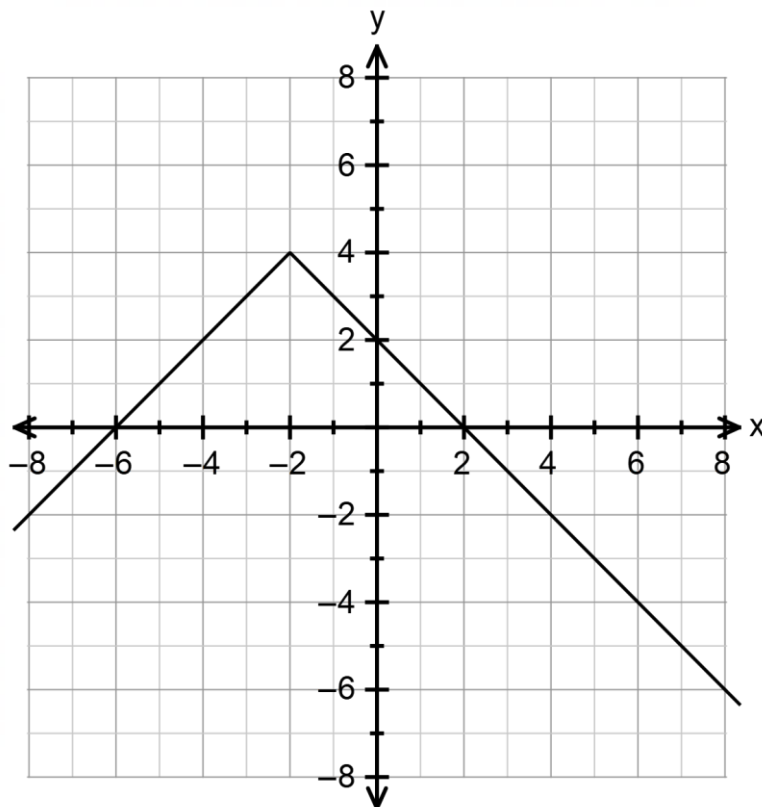
VRAAG 6

6.1 Die funksie $y = -|x + 2| + 4$ is hieronder geteken.

Teken nog 'n funksie wat jou in staat sal stel om

$|x + 2| \geq -|x + 3| + 7$ grafies op te los.

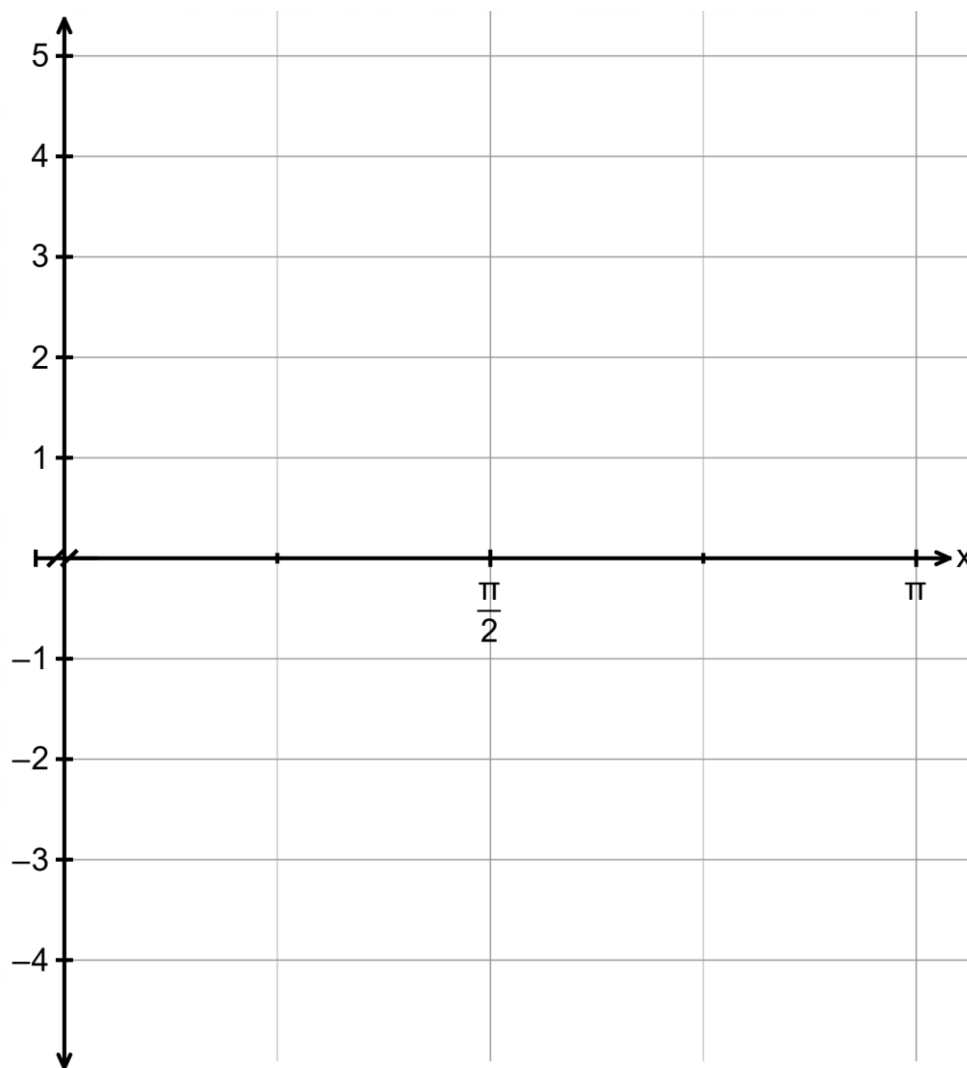
Gee vervolgens, of andersins, die oplossing vir die ongelykheid.



(8)

6.2 Teken die grafiek van $y = |\tan x|$ op die asse wat voorsien word en toon alle punte van belang.

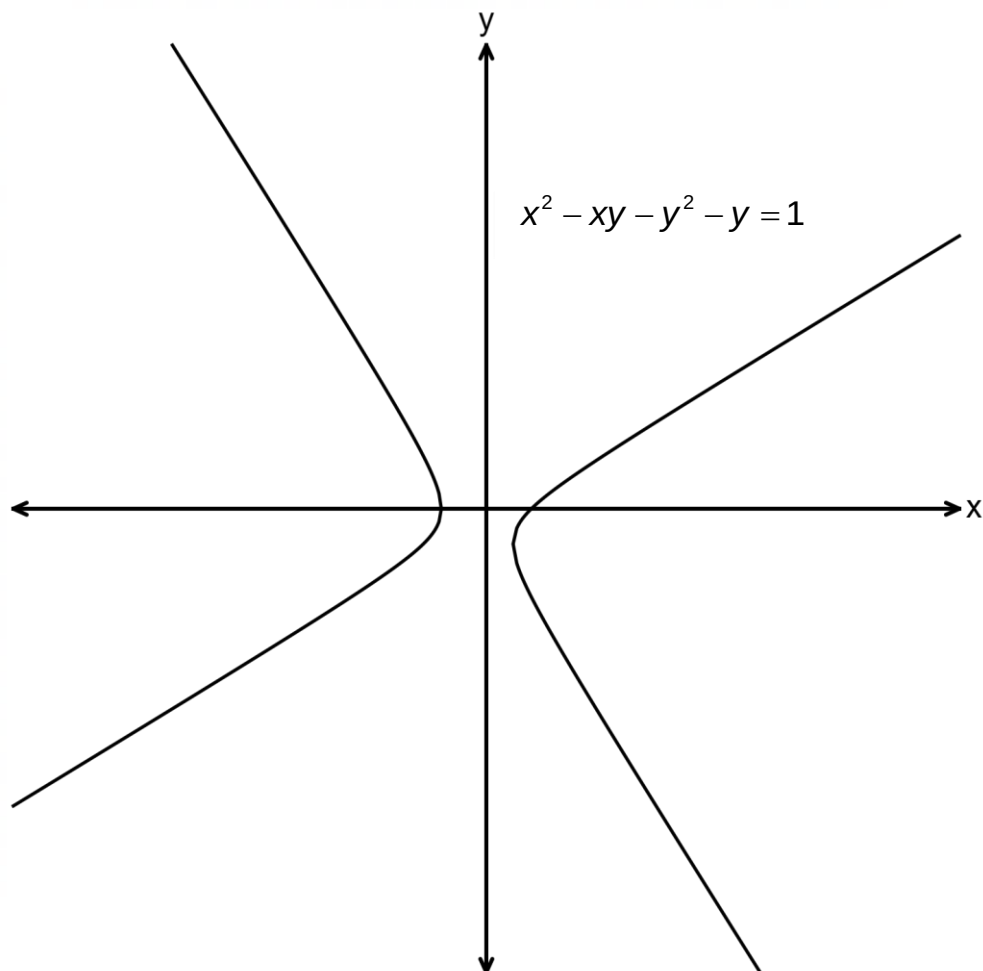
Jy moet ook enige asimptote met hul vergelykings teken en benoem.



(4)
[12]

VRAAG 7

'n Gedeelte van die grafiek van die implisiet gedefinieerde verwantskap $x^2 - xy - y^2 - y = 1$ word hieronder getoon.



- (a) Bepaal die koördinate van die positiewe x -afsnit.

(2)

- (b) Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die kromme by die punt wat in Vraag 7 (a) bepaal is.

VRAAG 8

- (a) Jy het geleer hoe om e^x en $\ln x$ te differensieer, maar wat van die differensiasie van eksponensiële en logaritmiese funksies van ander grondtalle?

Gegee: $a^x = e^{\ln a^x} = e^{x \ln a}$ en $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$

Bepaal vervolgens:

$$\frac{d}{dx}(2^x + \log_3 x)$$

(8)

- (b) Los $\cos^2\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - \sin^2\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ op vir $\theta \in [0; 2\pi]$.

(8)
[16]

VRAAG 9

Bepaal die volgende integrale:

(a) $\int x \sec^2(5x^2) dx$

(8)

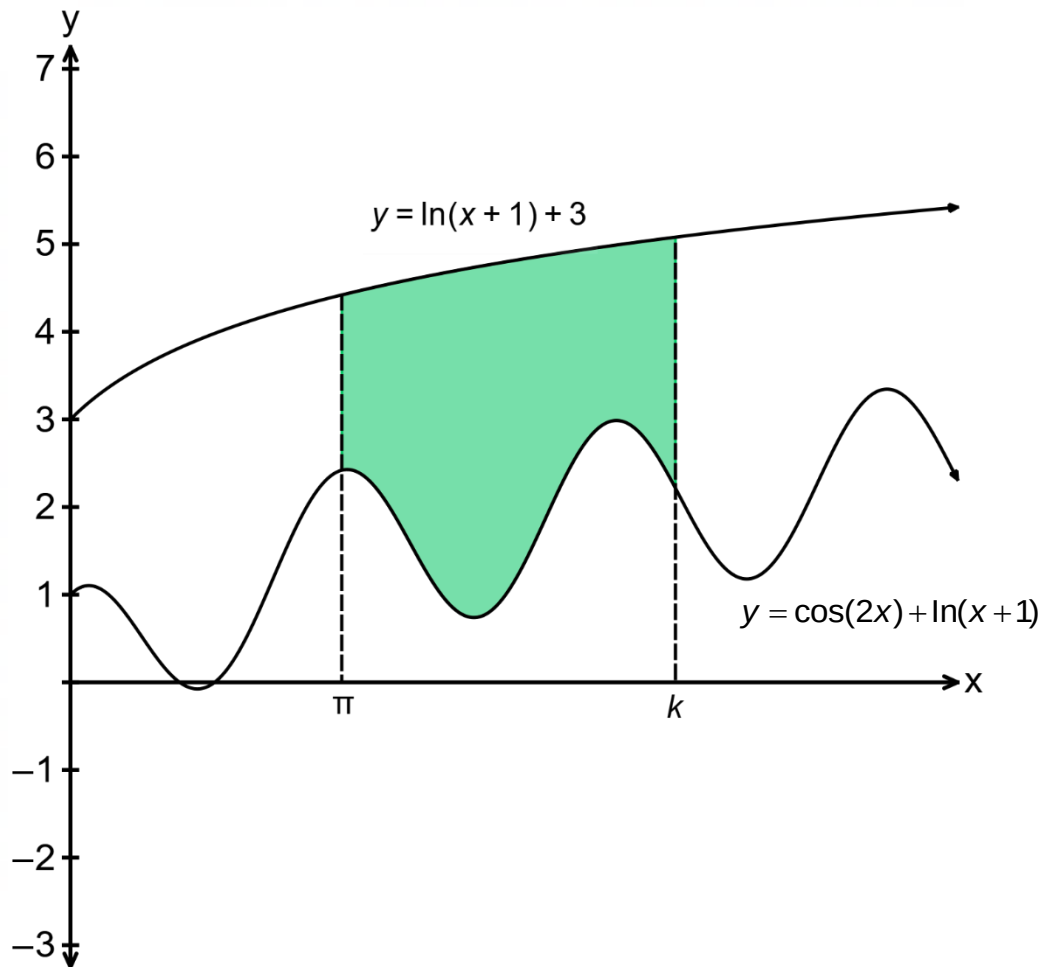
(b) $\int 3 + \cot^2 x dx$

(8)

(c) $\int \frac{x^3 + 4}{x^2 - 4} dx$

VRAAG 10

- (a) Bepaal die gearseerde oppervlakte in terme van k en toon alle berekening-besonderhede. Jy moet enige integrale in jou antwoord evalueer.

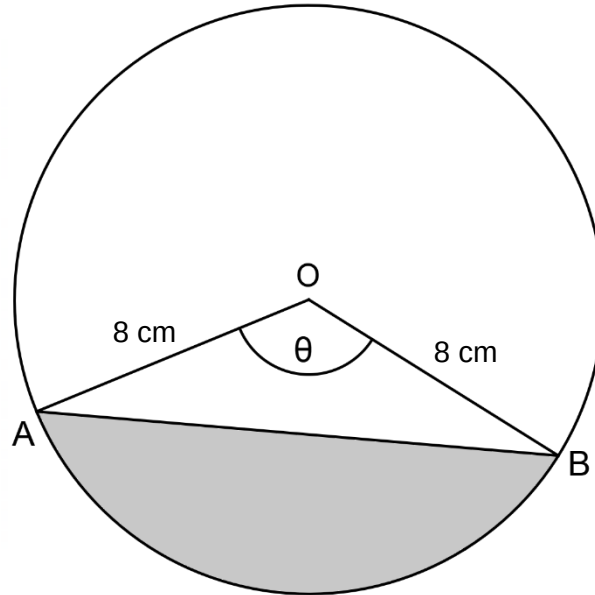


(8)

-

VRAAG 11

In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel. $\widehat{AOB} = \theta$ en $AO = BO = 8$ cm. Die gearseerde oppervlakte is 45 cm^2 .



Gebruik die Newton-Raphson-metode en bepaal θ (in radiale) tot 5 desimale plekke.

Jy moet:

- Die vergelyking toon wat jy oplos.
- Die iteratiewe formule toon wat jy sal gebruik.
- 'n Aanvanklike benadering $\theta_0 = 1$ gebruik.
- θ_1 tot 5 desimale plekke gee.

[14]

Totaal: 200 punte

BYKOMENDE SPASIE (ALLE VRAE)

ONTHOU OM DUIDELIK BY DIE VRAAG AAN TE DUI DAT JY DIE BYKOMENDE SPASIE GEBRUIK HET OM TE VERSEKER ALLE ANTWOORDE WORD NAGESIEN.

