



Plak asseblief die
strepieskode-etiket hier

PUNTE-
TOTAAL

--

INTERNASIONALE SEKONDÊRE SERTIFIKAAT-EKSAMEN
MEI 2023

VERDERE STUDIE WISKUNDE (STANDAARD): VRAESTEL I

EKSAMENNOMMER

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Tyd: 2 uur

200 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG DEUR

1. Hierdie vraestel bestaan uit 24 bladsye en 'n Inligtingsboekie van 4 bladsye (i–iv). Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is.
2. **Beantwoord AL die vrae op die vraestel en lewer dit in aan die einde van die eksamen. Onthou om jou eksamennommer neer te skryf in die spasie wat voorsien word.**
3. Nieprogrammeerbare en niegrafiese sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders aangedui.
4. Al die nodige berekeninge moet duidelik getoon word en handskrif moet leesbaar wees.
5. Diagramme is nie op skaal geteken nie.
6. Rond jou antwoorde af tot twee desimale syfers, tensy anders aangedui.
7. DRIE blanko bladsye (bladsy 22–24) word aan die einde van die vraestel ingesluit. Gebruik hierdie bladsye indien jy te min spasie vir 'n vraag het. Dui die nommer van jou antwoord duidelik aan indien jy hierdie ekstra spasie gebruik.

SLEGS VIR KANTOORGEBRUIK: NASIENER MOET PUNTE INSKRYF

V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	V13	TOTAAL
29	8	12	10	18	28	10	12	10	12	13	14	24	200

VRAAG 1

1.1 Los op vir $x \in \mathbb{R}$:

(a) $e^{-x+2} + e^{-x} = 0,001$

(6)

(b) $|2x - 3| = -3x + 7$

(6)

1.2 Die funksie $f(x) = 2x^4 + 11x^3 + 28x^2 + 40x + 24$ word gegee.

- (a) Indien $g(x) = x^2 + 2x + 4$ 'n faktor van f is, bepaal die ander kwadratiese faktor.

(4)

- (b) Los vervolgens of andersins $f(x) = 0$ in $\mathbb{C}$ op.

(4)

1.3 Bepaal p indien $\frac{4p+i}{p-3i} = 1+pi$.

VRAAG 2

Newton se afkoelingswet lui dat die tempo waarteen 'n voorwerp afkoel rofweg eweredig is aan die verskil tussen die temperatuur daarvan en die temperatuur van die omgewing.

Die vergelyking is:

$$T = T_s + (T_0 - T_s)e^{-kt} \quad \text{waar}$$

T die temperatuur van die voorwerp is by tyd t (in minute)

T_0 die aanvangstemperatuur is ($^{\circ}\text{C}$)

T_s die temperatuur van die omgewing is ($^{\circ}\text{C}$)

- (a) 'n Hardgekookte eier met 'n temperatuur van 98°C word in 'n groot bak water van 18°C geplaas. Ná 5 minute is die eier se temperatuur 38°C . Bepaal die waarde van k tot drie desimale plekke.

(4)

- (b) Gebruik $k = 0,277$ en bepaal hoe lank dit die eier sal neem om 20°C te bereik vandat dit in die bak geplaas is. Jy kan aanneem dat die eier die water in die groot bak nie wesenlik sal verhit nie. Gee jou antwoord tot die naaste sekonde.

(4)
[8]

VRAAG 3

Gebruik volledige induksie om te bewys dat $n^3 - n + 3$ deelbaar is deur 3 vir alle $n \in \mathbb{N}$.

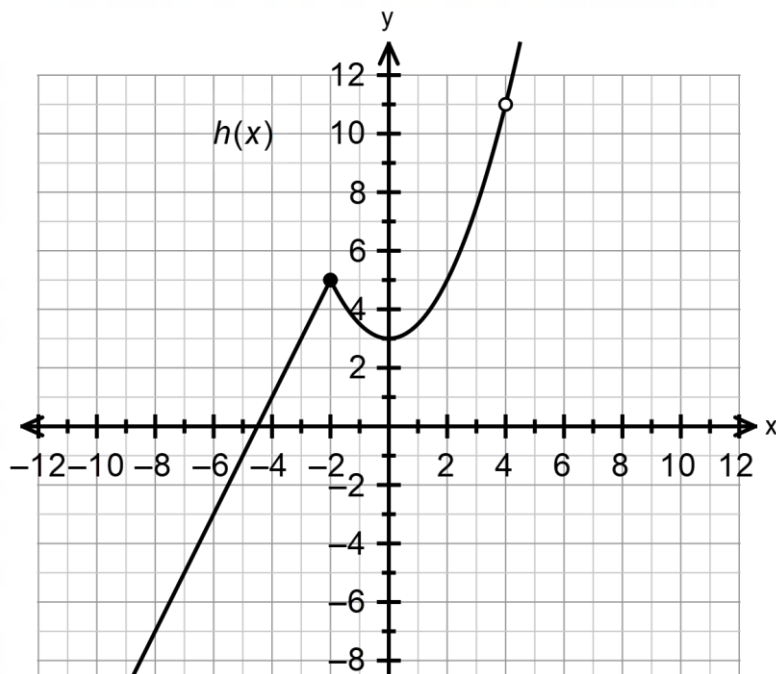
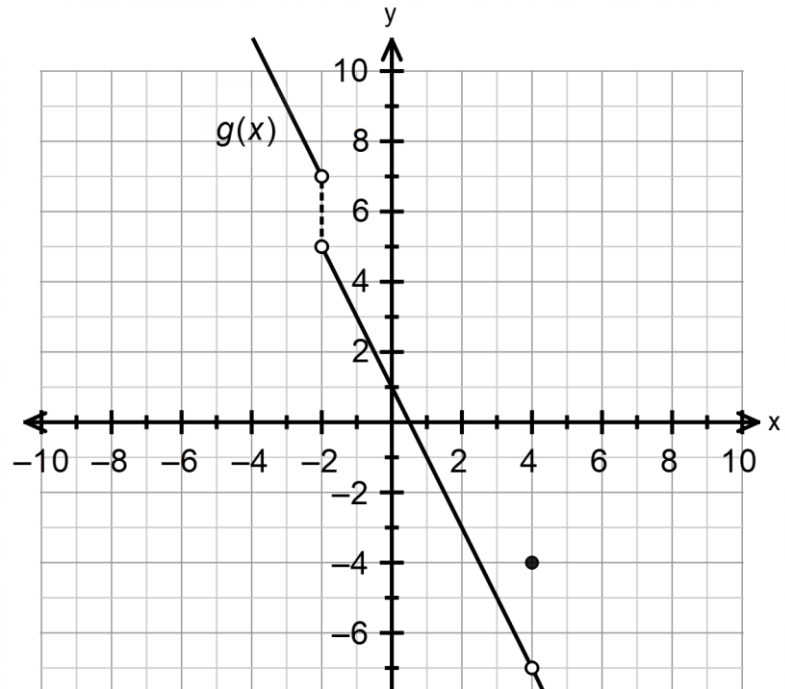
VRAAG 4

Bepaal $f'(x)$ uit eerste beginsels indien $f(x) = \sqrt{5x + 3}$.

VRAAG 5

Beskou die volgende vier funksies en beantwoord die vrae wat volg:

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 3 & x < -2 \\ 5 & x = -2 \\ -4x - 1 & -2 < x \leq 4 \\ -x^2 - 1 & x > 4 \end{cases}$$



$$j(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < -2 \\ 5 & x = -2 \\ -2x + 1 & -2 < x \leq 4 \\ -\frac{1}{4}x^2 - 3 & x > 4 \end{cases}$$

- (a) Dui die kontinuïteit van elkeen van die funksies by $x = -2$ aan. Indien enige van die funksies 'n diskontinuïteit het, moet jy regverdig waarom en dit dienoooreenkomstig klassifiseer.

(10)

- (b) Dui die differensieerbaarheid van elkeen van die funksies by $x = 4$ aan. Waar 'n funksie nie differensieerbaar is nie, moet jy regverdig waarom nie.

(8)
[18]

VRAAG 6

6.1 Beskou die funksie $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 9x - 9}{x^2 - 2x - 8}$.

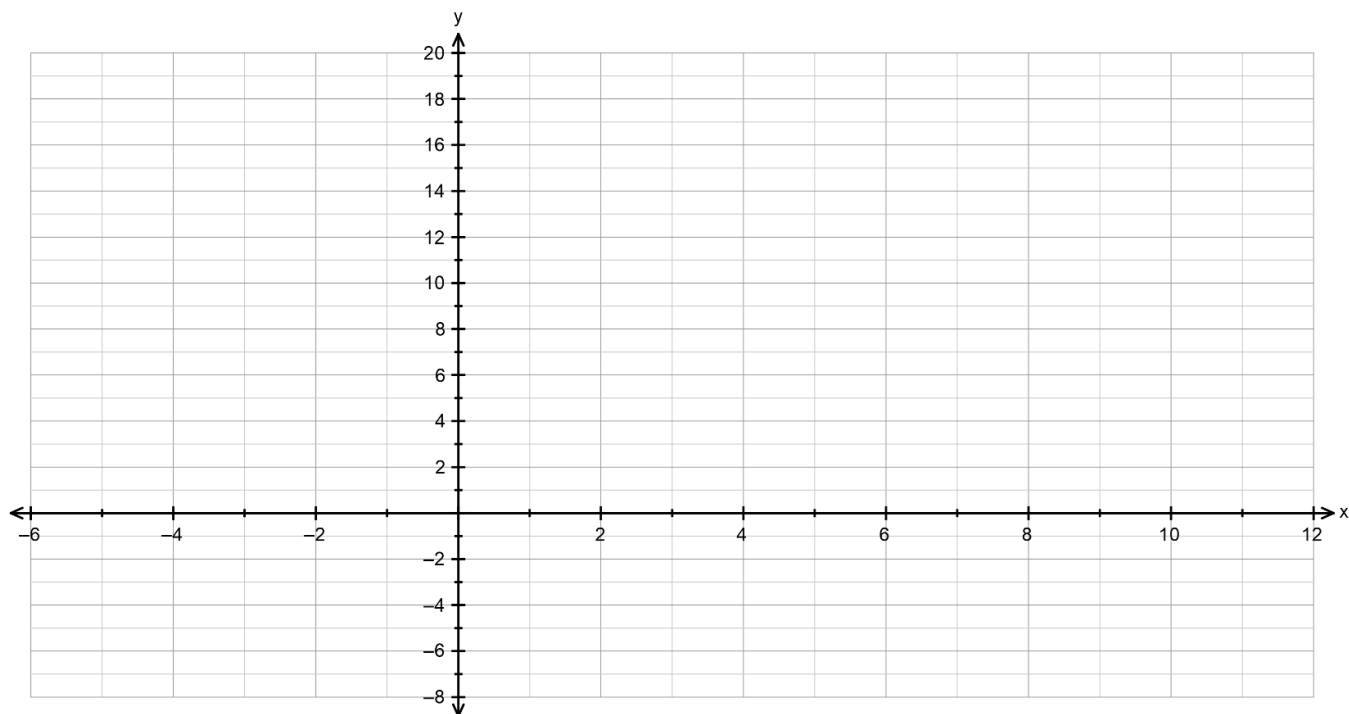
- (a) Bepaal die vergelykings en aard van alle asimptote.

(7)

- (b) Bepaal die y -afsnit en enige x -afsnitte.

(5)

- (c) Gebruik die inligting hierbo en die feit dat f stasionêre punte het by $(6,4; 11,7)$ en $(1,7; 1,9)$ om 'n skets van die funksie te teken op die asse wat voorsien word. Jy moet enige asimptote inteken en benoem.

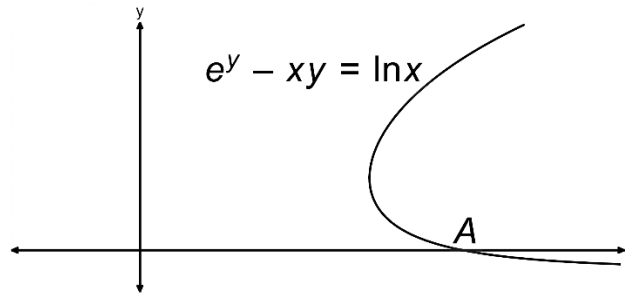


(6)

6.2 Regverdig wiskundig waarom die funksie $y = \frac{x+3}{x^2+4x+1}$ streng dalend is.

VRAAG 7

'n Gedeelte van die grafiek van 'n implisiet gedefinieerde relasie $e^y - xy = \ln x$ word hieronder getoon.



- (a) Bepaal die koördinate van punt A, die x-afsnit.

(2)

- (b) Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die kromme by die x-afsnit.
Indien jy onsuksesvol is om die x-afsnit in deel (a) te bepaal, kan jy 'n waarde uitdink om te gebruik. Rond jou antwoorde af tot drie desimale plekke.

(8)
[10]

VRAAG 8

Die funksie $f(x) = \sin^2 x \tan x - \sec x$ word gegee.

- (a) Indien die funksie kontinu is op die interval $x \in [0 ; 4]$, bewys dat daar minstens een oplossing vir $f(x) = 0$ op die interval $[0; 4]$ moet wees.

(4)

- (b) Gebruik die Newton-Raphson-metode om 'n oplossing vir $f(x) = 0$ tot vyf desimale plekke te bepaal.

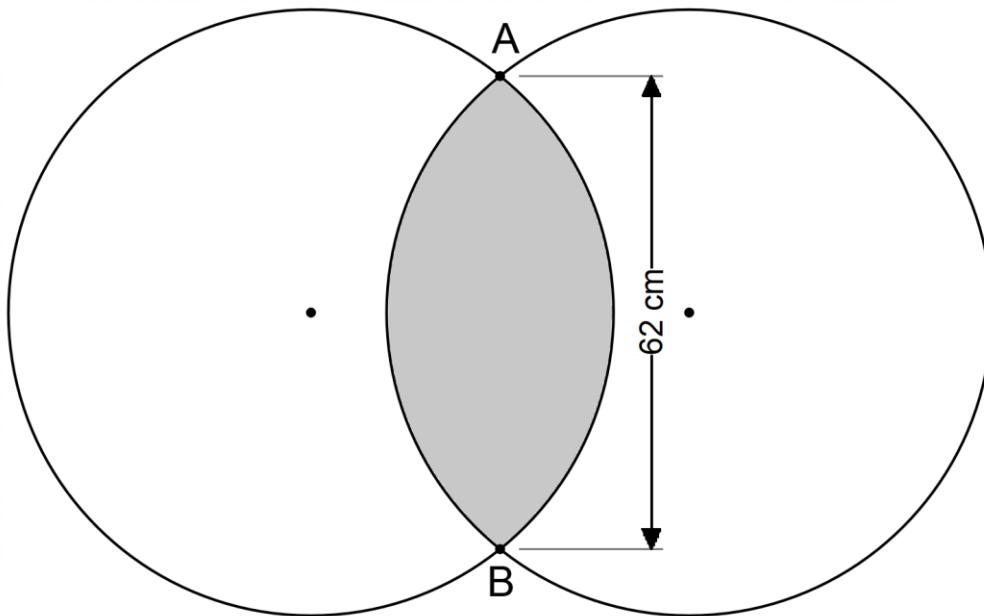
Jy moet:

- die iteratiewe formule wat jy gebruik, toon
- 'n aanvanklike benadering van $x_0 = 1$ gebruik
- ook x_1 tot drie desimale plekke gee

(8)
[12]

VRAAG 9

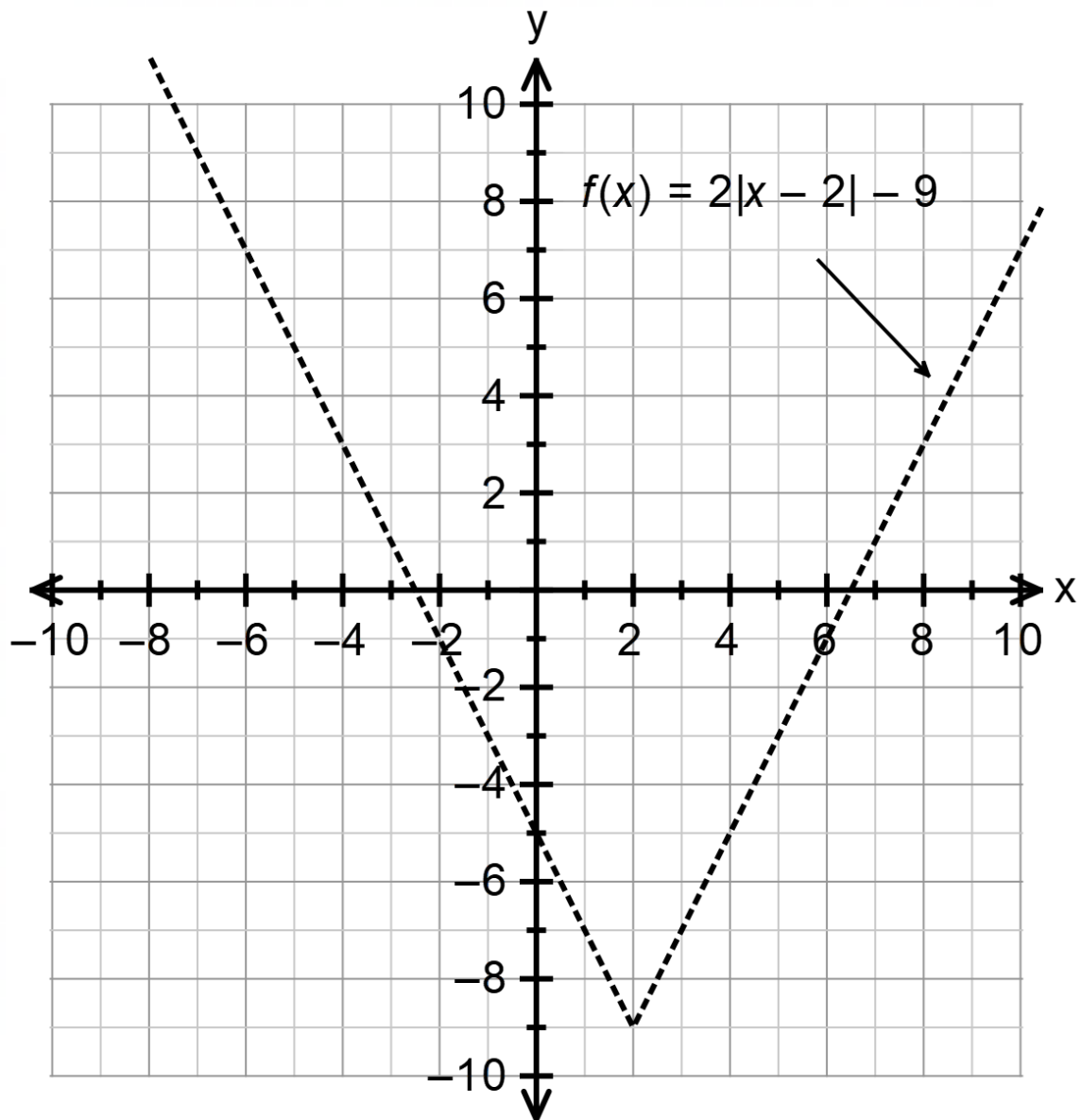
In die diagram hieronder is die twee sirkels dieselfde grootte, elk met 'n radius van 40 cm. Die afstand tussen A en B, die punte waarby hulle sny, is 62 cm. Bereken die gearseerde oppervlakte.



[10]

VRAAG 10

Die funksie $f(x) = 2|x - 2| - 9$ word hieronder geteken.



- (a) Teken op dieselfde assestelsel die funksie $g(x) = -|x + 4| + 3$.

(b) Los $|x - 2| + \frac{|x + 4|}{2} \leq 6$ vervolgens of andersins op.

(6)
[12]

VRAAG 11

(a) Bewys dat $\frac{\cos\theta}{(1 - \cos\theta)(1 + \cos\theta)} = \operatorname{cosec}\theta\cot\theta$.

(6)

(b) Gebruik die resultaat uit (a) of andersins en bepaal $\int \frac{\cos 3\theta}{(1 - \cos 3\theta)(1 + \cos 3\theta)} d\theta$.

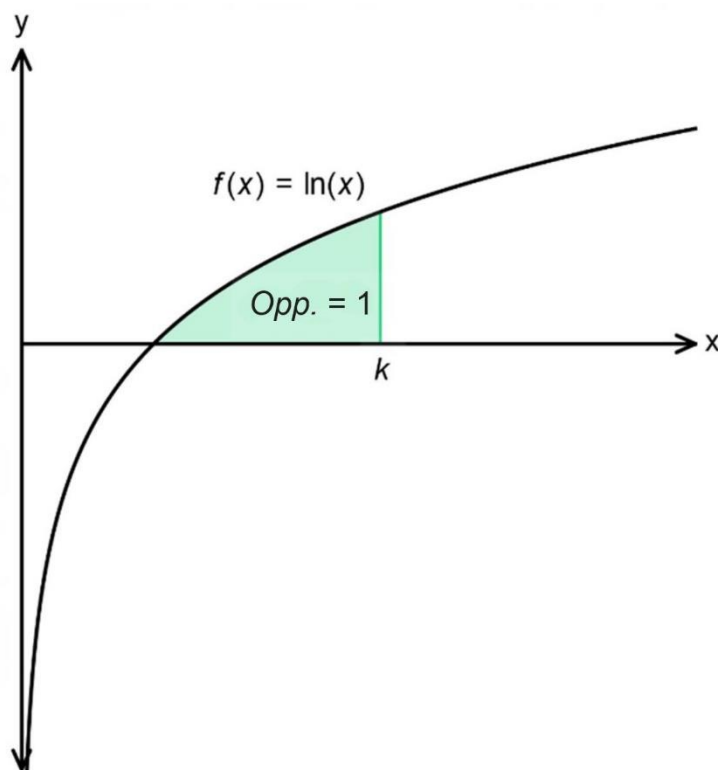
(7)
[13]

VRAAG 12

- (a) Gebruik differensiasie om te bevestig dat $\int \ln x \, dx = x \ln x - x + c$.

(6)

- (b) Bepaal k vervolgens of andersins indien die gearseerde oppervlakte hieronder gelyk is aan 1.



(8)
[14]

VRAAG 13

13.1 Bepaal die volgende integrale:

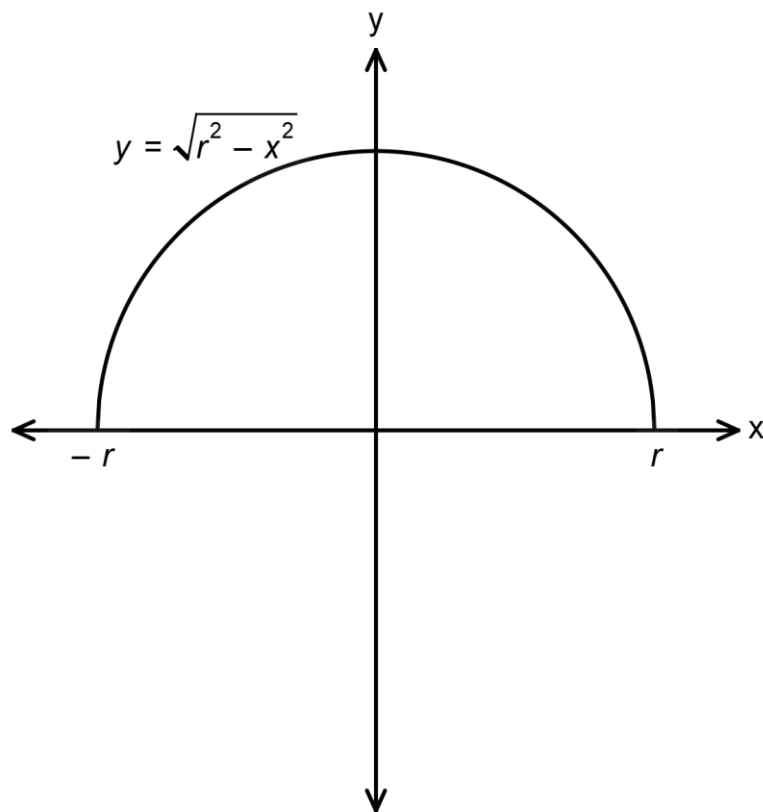
(a) $\int \frac{x-1}{x^2-1} dx$

(6)

(b) $\int (x+2)(x+5)^{11} dx$

(8)

- 13.2 Gebruik integrasie om die formule vir die volume van 'n sfeer af te lei deur die skets hieronder te gebruik. Jy moet alle besonderhede van jou berekening toon.



BYKOMENDE SPASIE (ALLE VRAE)

ONTHOU OM DUIDELIK BY DIE VRAAG AAN TE DUI DAT JY DIE BYKOMENDE SPASIE GEBRUIK HET OM TE VERSEKER ALLE ANTWOORDE WORD NAGESIEN.

