GRAAD 12-EKSAMEN
NOVEMBER 2019

GEVORDERDEPROGRAM-WISKUNDE: VRAESTEL II

NASIENRIGLYNE

Tyd: 1 uur 100 punte

Hierdie nasienriglyne is opgestel vir gebruik deur eksaminators en hulp-eksaminators van wie verwag word om almal 'n standaardiseringsvergadering by te woon om te verseker dat die riglyne konsekwent vertolk en toegepas word by die nasien van kandidate se skrifte.

Die IEB sal geen bespreking of korrespondensie oor enige nasienriglyne voer nie. Ons erken dat daar verskillende standpunte oor sommige aangeleenthede van beklemtoning of detail in die riglyne kan wees. Ons erken ook dat daar sonder die voordeel van die bywoning van 'n standaardiseringsvergadering verskillende vertolkings van die toepassing van die nasienriglyne kan wees.

MODULE 2 STATISTIEK

VRAAG 1

1.1 (a) $\dfrac{\binom{4}{1}\binom{7}{2}}{\binom{11}{3}} = \dfrac{28}{55} = 0,5091$

(b) $\left(\dfrac{4}{11}\right)\left(\dfrac{3}{10}\right)\left(\dfrac{7}{9}\right)+\left(\dfrac{4}{11}\right)\left(\dfrac{7}{10}\right)\left(\dfrac{6}{9}\right)+\left(\dfrac{7}{11}\right)\left(\dfrac{4}{10}\right)\left(\dfrac{6}{9}\right)+\left(\dfrac{7}{11}\right)\left(\dfrac{6}{10}\right)\left(\dfrac{5}{9}\right)=\dfrac{7}{11}$

1.2 (a) $20(0,1)=2$

(b) $P(X \le 3) = 1 - \left(\binom{5}{4}(0,3)^4(0,7)+(0,3)^5\right)$
$= 0,9692$

(c) $X \sim B(200;0,6)$
aangesien $np > 5$ en $nq > 5$
$X \sim N\left(120;\sqrt{48}^2\right)$

$P(X > 125) \to P(X > 125,5)$
$= P\left(Z > \dfrac{125,5-120}{\sqrt{48}}\right)$
$= P(Z > 0,79)$
$= 0,5 - 0,2852$
$= 0,2148$

VRAAG 2

2.1 (a)

$$E[X] = 1\left(\frac{1}{6}\right) + 2\left(\frac{1}{2}\right) + 3\left(\frac{2}{9}\right) + 4\left(\frac{1}{9}\right)$$
$$= 2{,}28$$
$$Var(X) = 1\left(\frac{1}{6}\right) + 4\left(\frac{1}{2}\right) + 9\left(\frac{2}{9}\right) + 16\left(\frac{1}{9}\right) - (2{,}28)^2$$
$$= 0{,}746$$
$$\sigma_x = 0{,}86$$

(b) Die gemiddelde sal afneem en die standaardafwyking sal toeneem.

2.2 (a)

$$\int_0^4 \frac{k}{x+1}\,dx = 1$$
$$\left[k\,ln(x+1)\right]_0^4 = 1$$
$$k(ln5 - ln1) = 1$$
$$k\,ln5 = 1$$
$$\therefore k = \frac{1}{\ln 5}$$

(b)

$$\frac{1}{\ln 5}\left[\ln(x+1)\right]_0^m = \frac{1}{2}$$
$$\left[\ln(m+1) - \ln 1\right] = \frac{1}{2}\ln 5$$
$$\ln(m+1) = \ln\sqrt{5}$$
$$m + 1 = \sqrt{5}$$
$$\therefore m = \sqrt{5} - 1 \ \ of \ \ (1{,}2361)$$

VRAAG 3

3.1 (a) $P(R) = P(Z > 1{,}1)$
$= 0{,}5 - 0{,}3643$
$= 0{,}1357$

(b) $P(R \cup Q) = P(R) + P(Q) - P(R \cap Q)$
$= 0{,}1357 + 0{,}9282 - P(1{,}1 < Z < 1{,}8)$
$= 0{,}1357 + 0{,}9282 - (0{,}4641 - 0{,}3643)$
$= 0{,}9641$

OF

$P(R \cup Q) = P(Z > -1{,}8) = 0{,}5 + 0{,}4641 = 0{,}9641$

3.2 $X \sim N(200;\, 50^2)$

$$P(X > c | X > 280) = \frac{P(X > c)}{P(X > 280)} = 0{,}625$$

$$P(X > 280) = P\left(Z > \frac{280 - 200}{50}\right)$$
$= P(Z > 1{,}6)$
$= 0{,}5 - 0{,}4452$
$= 0{,}0548$

$$\therefore \frac{P(X > c)}{0{,}0548} = 0{,}625$$

$P(X > c) = 0{,}0343$

$$\therefore 1{,}82 = \frac{c - 200}{50}$$

$c = 291$

VRAAG 4

4.1 (a) 'n 98%-vertrouensinterval vir p is:

$$\frac{1}{5} \pm 2,33\sqrt{\frac{(0,2)(0,8)}{300}}$$

(0,1462; 0,2538)

(b) Aangesien 15% in die interval is, is daar geen bewys om voor te stel dat die persentasie inwoners die hersiene plan goedgekeur het nie.

4.2 (a) $H_0 : \mu_x = \mu_y$

$H_1 : \mu_x > \mu_y$

Verwerp H_0 indien $z > 2.05$

Toetsstatistiek:

$$z = \frac{30,06 - 29,84}{\sqrt{\frac{0,0784}{60} + \frac{0,168}{50}}} = 3,22$$

Gevolgtrekking: Aangesien $z > 2,05$, verwerp H_0 en stel voldoende bewys voor om die bewering te ondersteun dat die gemiddelde volume van die eerste masjien groter is as die gemiddelde volume van die tweede masjien.

(b) $$z = \frac{30,06 - 29,84 - 0,1}{\sqrt{\frac{0,0784}{60} + \frac{0,168}{50}}} = 1,76$$

$$P(z > 1,76) = 0,5 - 0,4608$$
$$= 0,0392$$

$\therefore \alpha > 3,9\%$

VRAAG 5

5.1 $\frac{9!}{3!3!} = 10080$

5.2 'n Voorbeeld van sodanige rangskikking:

* C * A * L (EE) S * S * S *

6 plekke vir ander E

$\therefore \frac{7!}{3!} \times 6 = 5040$ of $\frac{8!}{3!} - 2\left(\frac{7!}{3!}\right) = 5040$

Totaal vir Module 2: 100 punte

MODULE 3 FINANSIES EN MODELLERING

VRAAG 1

1.1 B

1.2 C

1.3 A

1.4 B

VRAAG 2

2.1 $920\,000 = 1\,850\,000\,(1 - i)^4$ $\therefore$ ***i* = 16,02%**

2.2 $$2\ 680\ 000 - 920\ 000 = \frac{x\left[\left(1+\frac{0{,}042}{12}\right)^{46} - 1\right]\left(1+\frac{0{,}042}{12}\right)^{3}}{\frac{0{,}042}{12}}$$

$\therefore$ ***x* = 34 961,87**

VRAAG 3

3.1 $x + 1\,000 = x\left(1 + \frac{0{,}082}{4}\right)^4$ ***x* = 11 826,46**

3.2 $2\,600(x + 0{,}025) + 1\,800(x) = 274$

$4\,400x = 209$

$x = 0{,}0475$

***x* = 4,75% + 2,5% = 7,25%**

3.3 $10\,000\left(1 + \frac{0{,}072}{12}\right)^n = 12\,000\left(1 + \frac{0{,}064}{12}\right)^n$

$$\frac{5}{6} = \left(\frac{\frac{377}{375}}{\frac{503}{500}}\right)^n = \left(\frac{1\,508}{1\,509}\right)^n$$

***n* = 275 maande**

VRAAG 4

4.1 Logisties: dravermoë aanwesig

4.2 (a) S-vormig (b) Lineêr

4.3 $0{,}65 \times 0{,}82 - \dfrac{4}{50} = 0{,}453$

4.4 $R_{n+1} = R_n + a.R_n\left(1 - \dfrac{R_n}{40000}\right) - 4\ 000$ met $R_{n+1} = R_n$

$a.(18\ 000)\left(1 - \dfrac{18\ 000}{40\ 000}\right) = 4\ 000$ $a = 0{,}404$

4.5 $1 + 0{,}4 = (1 + a)^4$

a = 0,087 757 per jaar

$R_{n+1} = R_n + 0{,}087.R_n\left(1 - \dfrac{R_n}{40\ 000}\right)$ met $R_0 = 18\ 000$

R_6 = 23 235/6

OF

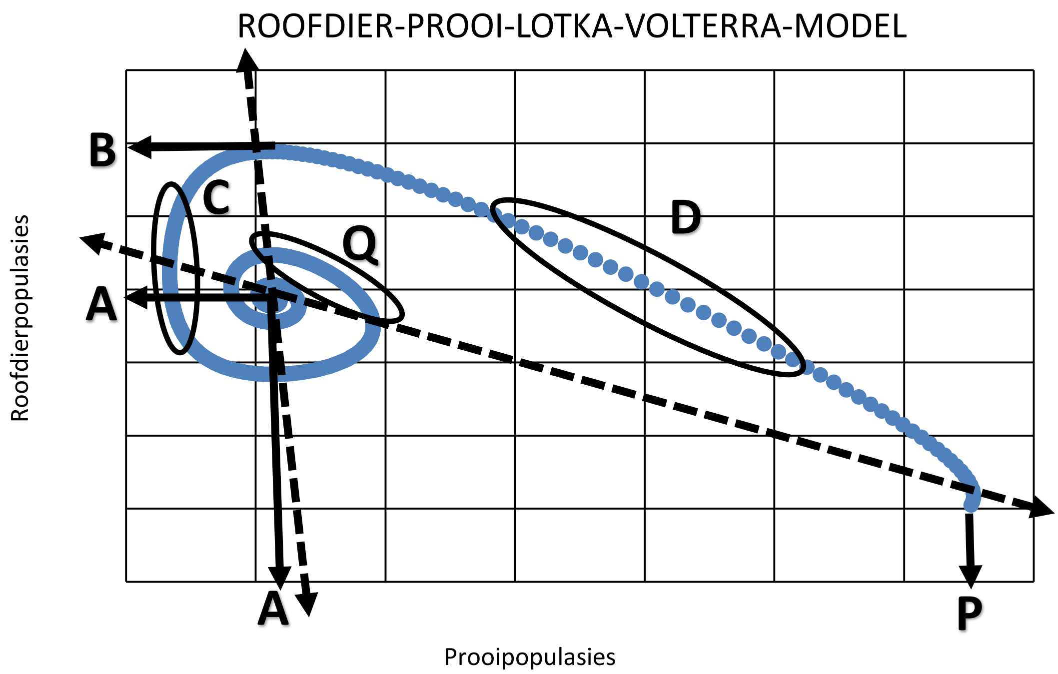
$1 + 0{,}4 = \left(1 + \frac{a}{4}\right)^4$

a = 0,351 092 vierjaarsiklus, per jaar saamgestel

$R_{n+1} = R_n + \dfrac{0{,}351092}{4}.R_n\left(1 - \dfrac{R_n}{40\ 000}\right)$ met $R_0 = 18\ 000$

R_6 = 23 235/6

VRAAG 5



5.1 (a) A op fasestipping (b) B op fasestipping

5.2 (a) C op fasestipping (b) D op fasestipping

5.3 stel asse
akkuraatheid (gaan deur ewewigspunt)
akkuraatheid (gaan deur maksimum/minimum waardes van prooi)
akkuraatheid (gaan deur maksimum/minimum waardes van roofdier)

VRAAG 6

6.1 $T_1 = 20\ 000\left(1+\dfrac{0,048}{12}\right) + 400 = 20\ 480$

$T_2 = 20\ 480\left(1+\dfrac{0,048}{12}\right) + 400(1,005) = 20\ 963,92$

$T_3 = 20\ 963,92\left(1+\dfrac{0,048}{12}\right) + 400(1,005)^2 = 21\ 451,48$

6.2 $T_n = 1,004.\ T_{n-1} + 400\ (1,005)^{n-1}$, $T_0 = 20\ 000$

Totaal vir Module 3: 100 punte

MODULE 4 MATRIKSE EN GRAFIEKTEORIE

VRAAG 1

1.1 $A^{-1} = -\frac{1}{7}\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -3 & -5 \end{pmatrix} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

1.2 $3 - 3z = 12$ $z = -3$
$y - 3 = 0$ $y = 3$
$1 - 3(1) = x$ $x = -2$

1.3 (a) k (b) $-k$ (c) $-3k$ (d) k

VRAAG 2

2.1 (a) verplasing 2 eenhede na regs

(b) faktor = –3

2.2 $\begin{pmatrix} cos\,2A & sin\,2A \\ sin\,2A & -cos2A \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3{,}232 \\ -1{,}598 \end{pmatrix}$

3cos2A – 2sin2A = 3,232 en 3sin2A + 2cos2A = – 1,598

cos2A = 0,5 en sin2A = – 0,866

2A = $360^{o} - 60^{o}$

A = 150^{o}

2.3 (a) $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} t & t \\ v & r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{t + kv} & \boldsymbol{t + kr} \\ \boldsymbol{v} & \boldsymbol{r} \end{pmatrix}$

(b) $m = \dfrac{v - r}{(t + kv) - (t + kr)} = \dfrac{v - r}{k(v - r)} = \dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{k}}$

VRAAG 3

3.1 Meer nulle, gevolglik makliker vermenigvuldigings.

3.2 $det = -(-1).\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 9 & 3 & 1 \\ -1 & 5 & 7 \end{vmatrix} + 0 - 3.\begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 4 & 9 & 1 \\ 0 & -1 & 7 \end{vmatrix} + 0$ **= –248**

OF

$Det = -0 + 0 - 1.\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 5 \end{vmatrix} + 7.\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 4 & 9 & 3 \end{vmatrix}$ **= –248**

3.3 $$\frac{1}{-248}\begin{pmatrix} -192 & 32 & 42 & -6 \\ 100 & 4 & -49 & 7 \\ -64 & -72 & 14 & -2 \\ 60 & 52 & -17 & -33 \end{pmatrix}$$

VRAAG 4

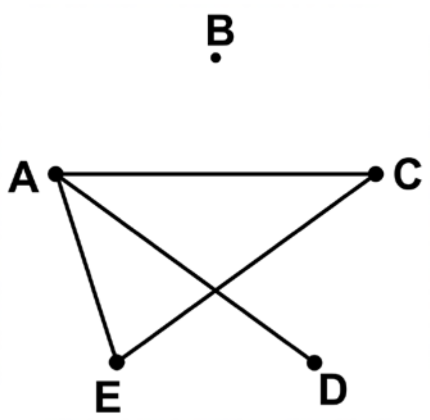
4.1 (a) *n – 1*

(b) *n/2(n – 1)*

(c) *n(n – 1)*

4.2 (a) A, B, C, D, E, B, D of die omgekeerde of baie ander opsies.
Begin by A of D, eindig by D of A, gebruik alle skakels slegs een keer.

(b)



5 nodusse
4 skakels
samehangendheid

VRAAG 5

5.1 Alle nodusse het nie dieselfde grade nie.

5.2 Geen grafieke het HC's nie.

5.3 A, C, D

VRAAG 6

6.1

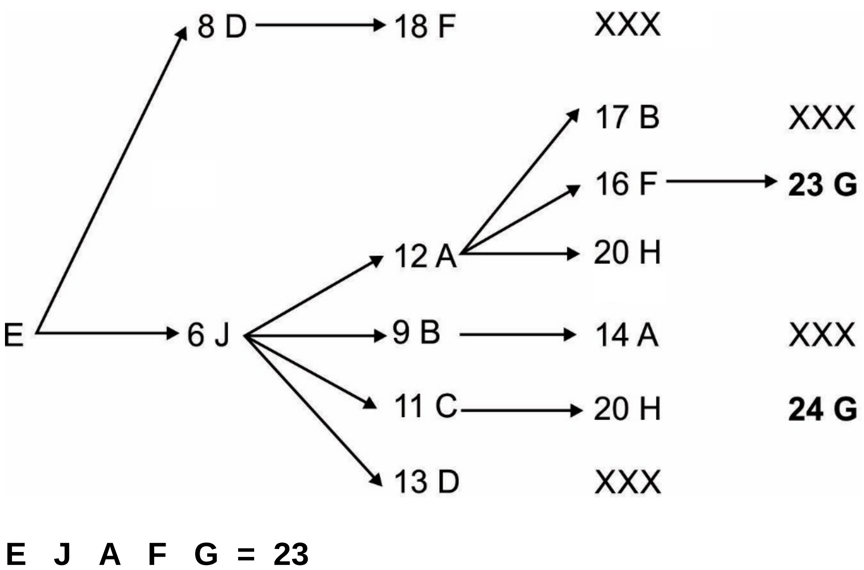
DF	10	
HC	9	
HA, DE	8	
JD, GF	7	
AJ	6	
AB	5	**maksimum spanboom = 60**

6.2

	A	B	C	D	E	F	G	H	J	
E				8E					6E	
J	12J	9J	11J	13J						
D						18D				
B	14B									
C								20C		
A		17A				16A		20A		
F							**23F**			
H							**24F**			

E J A F G = 23

OF



E J A F G = 23

Totaal vir Module 4: 100 punte